

### Универсальные обозначения

<b>N</b>	множество натуральных чисел. Натуральными числами называются числа, употребляемые при счете. Самое маленькое натуральное число 1. 1; 2; 3; 4; ...; 1000; 1001; 1002; ...
<b>Z</b>	множество целых чисел. Целыми числами называются натуральные числа, им противоположные числа и ноль. 0; ±1; ±2; ±3; ...
<b>Q</b>	множество рациональных чисел. Рациональными числами называются числа, которые можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$ , где $m$ - целое число, $n$ - натуральное число, или $m \in Z, n \in N$ . Иррациональными числами называются бесконечные десятичные непериодические дроби.
<b>R</b>	множество действительных чисел. Действительные числа - множество рациональных и иррациональных чисел.

**Таблица квадратов натуральных чисел от 10 до 99**

Десятки \ Единицы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

### Линейные уравнения

$ax = b$ , где $a, b$ - числа, $x$ - неизвестное	<p>если <math>a \neq 0</math>, то <math>x = \frac{b}{a}</math> - один корень</p> <p>если <math>a = 0, b \neq 0</math>, то корней нет</p> <p>если <math>a = 0, b = 0</math>, то корней бесконечное множество</p>
---	---

### Способы разложения на множители

1) Вынесение общего множителя за скобки	$2ab^2 - 4a^2c = 2a \cdot (b^2 - 2ac)$
2) Способ группировки	$3a + 6b - a^2 - 2ab = 3 \cdot (a + 2b) - a \cdot (a + 2b) = (a + 2b) \cdot (3 - a)$
3) Формулы сокращенного умножения	1. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 4. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 5. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ 6. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 7. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

## Действия с алгебраическими дробями

<p><b>Основное свойство дроби:</b></p> $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}, \text{ где } b \neq 0, m \neq 0$	$\frac{a \pm b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \cdot n \pm b \cdot m}{m \cdot n}$
---	---	---	---

### Модуль числа

$ a  = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Уравнение <math> x =a</math></p> <p>если <math>a &gt; 0</math>: <math>x_1 = a, x_2 = -a</math> – два корня          если <math>a = 0</math>: <math>x = 0</math> – один корень          если <math>a &lt; 0</math>: корней нет</p>
--	--

### Степень числа

<p>Степенью числа <math>a</math> с натуральным показателем <math>n</math> больше 1, называется произведение <math>n</math> множителей, каждый из которых равен <math>a</math>.</p> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ <p><math>a</math> – основание степени, <math>n</math> – показатель степени.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Свойства степени</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a^1 = a</math></li> <li>2. <math>a^n \cdot a^m = a^{n+m}</math></li> <li>3. <math>a^n : a^m = a^{n-m}</math></li> <li>4. <math>(a^n)^m = a^{nm}</math></li> </ol> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. <math>(ab)^n = a^n b^n</math></li> <li>6. <math>\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}</math></li> </ol> </td> </tr> </table>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a^1 = a</math></li> <li>2. <math>a^n \cdot a^m = a^{n+m}</math></li> <li>3. <math>a^n : a^m = a^{n-m}</math></li> <li>4. <math>(a^n)^m = a^{nm}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. <math>(ab)^n = a^n b^n</math></li> <li>6. <math>\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}</math></li> </ol>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a^1 = a</math></li> <li>2. <math>a^n \cdot a^m = a^{n+m}</math></li> <li>3. <math>a^n : a^m = a^{n-m}</math></li> <li>4. <math>(a^n)^m = a^{nm}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. <math>(ab)^n = a^n b^n</math></li> <li>6. <math>\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}</math></li> </ol>		
<b>С целым показателем</b>	<b>С рациональным показателем</b>		
$a^n, n \in \mathbb{Z}, a \neq 0$	$a^p, p \in \mathbb{R}, a \geq 0, p = \frac{m}{n}, \text{ где } m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$		
$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0$		
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$a^{\frac{m}{n}} = 0, \text{ если } a = 0, \frac{m}{n} > 0$		

### Арифметический квадратный корень

<p><b>Арифметическим квадратным корнем</b> из числа <math>a</math> называется неотрицательное число <math>b</math>, квадрат которого равен <math>a</math>.</p> $\sqrt{a} = b : \begin{cases} 1) b \geq 0 \\ 2) b^2 = a, a \geq 0 \end{cases}$	<p><b>Свойства</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0</math></li> <li>2. <math>\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b &gt; 0</math></li> <li>3. <math>\sqrt{a^2} =  a , a</math> – любое</li> <li>4. <math>(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0</math></li> </ol>
<p><b>Арифметическим корнем натуральной степени</b> <math>n \geq 2</math> из неотрицательного числа <math>a</math> называется неотрицательное число, <math>n</math>-я степень которого равна <math>a</math>.</p> $\sqrt[n]{a} = b : \begin{cases} 1) b \geq 0 \\ 2) b^n = a, a \geq 0 \end{cases}$	<p><b>Свойства</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, a \geq 0, b \geq 0</math></li> <li>2. <math>\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, a \geq 0, b &gt; 0</math></li> <li>3. <math>(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}, a \geq 0</math></li> <li>4. <math>\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}, a \geq 0</math></li> <li>5. <math>(\sqrt[n]{a})^n = a, a \geq 0</math></li> <li>6. <math>\sqrt[k]{\sqrt[n]{a^{2k}}} =  a , \text{ где } k \in \mathbb{N}, a</math> – любое</li> </ol>

## Квадратные уравнения

Уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$ , где  $a \neq 0$ ,  $b, c$  – числа,  $x$  – неизвестное, называется **квадратным уравнением**.  
Уравнения  $ax^2=0$ ,  $ax^2+bx=0$ ,  $ax^2+c=0$  называются **неполными квадратными уравнениями**.

### Решение квадратных уравнений

<p>1. <math>ax^2 = 0</math>; <math>x_1 = 0</math>, один корень</p>	<p>2. <math>ax^2 + bx = 0</math>; <math>x \cdot (ax + b) = 0</math>;</p> $\begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}, \text{ два корня}$
<p>3. <math>ax^2 + c = 0</math>; <math>x^2 = -\frac{c}{a}</math>; имеет решение, если <math>-\frac{c}{a} &gt; 0</math>;</p> <p><math>x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}</math>, <math>x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}</math>, два корня.</p> <p>Не имеет решений, если <math>-\frac{c}{a} &lt; 0</math>.</p>	<p>4. <math>ax^2 + bx + c = 0</math>; <math>D = b^2 - 4ac</math></p> <p>Если <math>D &gt; 0</math>, то <math>x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}</math>, два корня.</p> <p>Если <math>D = 0</math>, то <math>x_1 = -\frac{b}{2a}</math>, один корень.</p> <p>Если <math>D &lt; 0</math>, то корней нет.</p>
<p>5. <math>ax^2 + bx + c = 0</math>; если число <math>b</math> четное, то применяем формулу</p> $\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac; x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$	<p>6. Если старший коэффициент равен 1, то квадратное уравнение называется <b>приведенным</b> - <math>x^2 + px + q = 0</math>.</p> <p>По теореме Виета: <math>\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q, \\ x_1 + x_2 = -p. \end{cases}</math></p>

### Разложение квадратного трехчлена на множители

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2), \text{ где } x_1, x_2 - \text{ корни уравнения } ax^2+bx+c=0$$

### Прогрессии

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
- числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом $d$ .	- числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число $q$ .
Число $d$ – разность прогрессии. $a_n = a_{n-1} + d$ ; $d = a_n - a_{n-1}$ .	Число $q$ – знаменатель прогрессии. $b_n = b_{n-1} \cdot q$ ; $q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$
формула $n$ -члена: $a_n = a_1 + d(n-1)$	формула $n$ -члена: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
свойство прогрессии: $a_n = \frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2}$	свойство прогрессии: $b_n = \sqrt{b_{n+k} \cdot b_{n-k}}$
сумма $n$ -членов: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ или $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	сумма $n$ -членов: $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$  Если $ q  < 1$ , то прогрессия называется <b>бесконечно убывающей геометрической прогрессией</b> .  $S = \frac{b_1}{1-q}$

## Тригонометрия

**Синусом**  $\alpha$  называется ордината точки  $P_\alpha$ , полученной поворотом точки  $P(1; 0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$ .

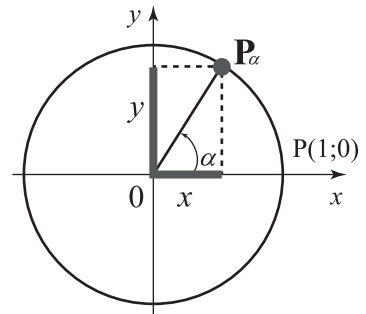
**Косинусом**  $\alpha$  называется абсцисса точки  $P_\alpha$ , полученной поворотом точки  $P(1; 0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$ .

$$P_\alpha (\cos \alpha; \sin \alpha)$$

**Тангенсом**  $\alpha$  называется отношение синуса угла  $\alpha$  к косинусу угла  $\alpha$ .

**Котангенсом**  $\alpha$  называется отношение косинуса угла  $\alpha$  к синусу угла  $\alpha$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



**Значения тригонометрических функций для некоторых углов**

	0	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)	$\pi$ (180°)	$\frac{3\pi}{2}$ (270°)	$2\pi$ (360°)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0	$\infty$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\infty$	0	$\infty$

**Основное тригонометрическое тождество**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

**Знаки значений тригонометрических функций**

$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$

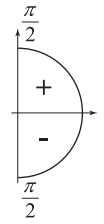
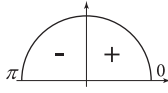
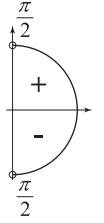
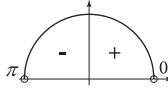
### Основные формулы тригонометрии

Формулы сложения	Формулы понижения степени
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$	$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$ $\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ $\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$
Формулы двойного угла	Формулы половинного угла
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$	$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, 0 \leq \alpha \leq 2\pi$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, -\pi \leq \alpha \leq \pi$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}, 0 \leq \alpha < \pi$ $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}, 0 < \alpha \leq \pi$
Формулы суммы и разности	Формулы произведения
$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$ $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$ $\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$ $1 \pm \sin 2\alpha = (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2$	$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$ $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$ $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}$ $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}$

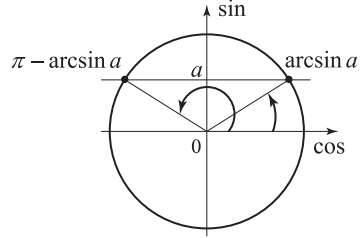
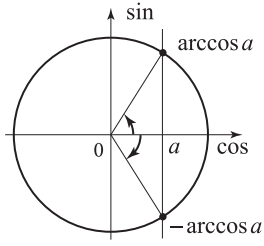
### Формулы приведения

$\beta$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\pi - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \beta$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

## Обратные тригонометрические функции

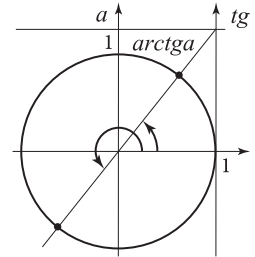
<p>1. <b>Арксинусом</b> числа <math>a \in [-1; 1]</math> называется такое число <math>\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]</math>, синус которого равен <math>a</math>.</p> $\arcsin a = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = a, \text{ где } a \in [-1; 1]; \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $\arcsin(-a) = -\arcsin a$	
<p>2. <b>Арккосинусом</b> числа <math>a \in [-1; 1]</math> называется такое число <math>\alpha \in [0; \pi]</math>, косинус которого равен <math>a</math>.</p> $\arccos a = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = a, \text{ где } a \in [-1; 1]; \alpha \in [0; \pi]$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	
<p>3. <b>Арктангенсом</b> числа <math>a \in R</math> называется такое число <math>\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]</math>, тангенс которого равен <math>a</math>.</p> $\arctg a = \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = a, \text{ где } a - \text{любое}; \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $\arctg(-a) = -\arctg a$	
<p>4. <b>Арккотангенсом</b> числа <math>a \in R</math> называется такое число <math>\alpha \in [0; \pi]</math>, котангенс которого равен <math>a</math>.</p> $\operatorname{arctg} a = \alpha \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = a, \text{ где } a - \text{любое}; \alpha \in [0; \pi]$ $\operatorname{arctg}(-a) = \pi - \operatorname{arctg} a$	

## Тригонометрические уравнения

<p>1. <math>\sin x = a,  a  \leq 1; \begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}</math> или <math>x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z</math></p> <p>Частные случаи:</p> <p>1) <math>\sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z</math></p> <p>2) <math>\sin x = 0, x = \pi n, n \in Z</math></p> <p>3) <math>\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z</math></p>	
<p>2. <math>\cos x = a,  a  \leq 1; \begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}</math> или <math>x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z</math></p> <p>Частные случаи:</p> <p>1) <math>\cos x = 1, x = 2\pi n, n \in Z</math></p> <p>2) <math>\cos x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z</math></p> <p>3) <math>\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in Z</math></p>	

$$3. \operatorname{tg} x = a, a - \text{любое}; x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4. \operatorname{ctg} x = a, a - \text{любое}; x = \operatorname{arctctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



## Логарифмы

**Логарифмом** положительного числа  $b$  по основанию  $a$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , называется показатель степени, в которую нужно возвести число  $a$  чтобы получить  $b$ .

$$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b, a > 0, a \neq 1, b > 0$$

**Основное логарифмическое тождество:**  $a^{\log_a b} = b, b > 0, a > 0, a \neq 1$

### Свойства логарифмов

$$1. \log_a a = 1; \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

$$3. \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$4. \log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$5. \log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$6. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$7. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

## Производная

**Определение:**  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

**Уравнение касательной:**  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ , где  $x_0$  - точка касания

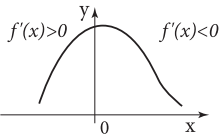
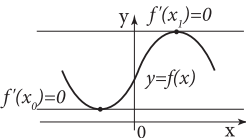
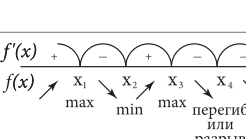
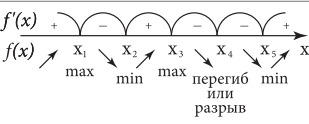
### Таблица производных

Функция	Производная	Функция	Производная
$c$	$0$	$a^x$	$a^x \ln a$
$ax+b$	$a$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin x$	$\cos x$
$x^n$	$n \cdot x^{n-1}$	$\cos x$	$-\sin x$
$(ax+b)^n$	$n \cdot a \cdot (ax+b)^{n-1}$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$e^x$	$e^x$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

## Правила дифференцирования

$(u + v)' = u' + v'$	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	$(u(v))' = u'(v) \cdot v'$
----------------------	--	---	----------------------------

### Применение производной к исследованию функции

<p>Если <math>f'(x) &gt; 0</math> на промежутке, то функция <math>f(x)</math> возрастает на этом промежутке; если <math>f'(x) &lt; 0</math> на промежутке, то функция <math>f(x)</math> убывает на этом промежутке.</p>	
<p><math>x_0</math> называется <b>точкой максимума</b> функции <math>f(x)</math>, если существует такая окрестность точки <math>x_0</math>, что для всех <math>x</math> этой окрестности выполняется неравенство <math>f(x) \leq f(x_0)</math>.</p>	
<p><math>x_0</math> называется <b>точкой минимума</b> функции <math>f(x)</math>, если существует такая окрестность точки <math>x_0</math>, что для всех <math>x</math> этой окрестности выполняется неравенство <math>f(x) \geq f(x_0)</math>.</p>	
<p>Точки минимума и максимума называются <b>точками экстремума</b>.</p>	 <p style="font-size: small;">где <math>x_1, x_2, \dots, x_5</math> - стационарные точки.</p>
<p>Точки, в которых производная равна нулю, называются <b>стационарными</b>.</p>	

## Первообразная

Первообразной функции  $f$  называют такую  $F$  производная которой (на всей области определения) равна  $f$ , то есть  $F' = f$ . Вычисление первообразной заключается в нахождении неопределённого интеграла, а сам процесс называется **интегрированием**.

Если  $F$  - первообразная интегрируемой функции  $f$ , то:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (\text{формула Ньютона — Лейбница})$$

Функция	Первообразная	Функция	Первообразная
$k$	$kx + C$	$e^x$	$e^x + C$
$x^p, p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$	$\frac{1}{x}$	$\ln x  + C$
$\frac{1}{kx+b}, k \neq 0$	$\frac{1}{k} \ln kx+b  + C$	$e^{kx+b}, k \neq 0$	$\frac{1}{k} e^{kx+b} + C$
$\sin(kx+b), k \neq 0$	$-\frac{1}{k} \cos(kx+b) + C$	$\cos(kx+b), k \neq 0$	$\frac{1}{k} \sin(kx+b) + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcsin} x + C$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
$\frac{1}{\sin x}$	$\ln \left  \frac{1 - \cos x}{\sin x} \right  + C$	$\frac{1}{\cos x}$	$\ln \left  \frac{1 + \sin x}{\cos x} \right  + C$